

Kako na pamet izračunam radijsko zvezo (tudi medzvezdno)

Marko Čebokli

POVZETEK: Od prihoda žepnih kalkulatorjev v sedemdesetih letih prejšnjega stoletja pa do danes je večina ljudi, tudi inženirjev, skoraj popolnoma izgubila sposobnost približnega računanja na pamet. V praksi pa pogosto ni pri roki ustreznega elektronskega pomagala, zadoščala pa bi že groba ocena rezultata. Z malo vaje lahko do približnega rezultata na pamet pridemo precej hitreje, kot pa sogovornik najde računalno, ustrezen program ali pa se spomni, katere podatke in kako jih je treba sploh vnesti. V tem prispevku bom poskusil predstaviti metodo računanja radijskih zvez s pomočjo logaritmov, skritih za krinko decibelov.

ABSTRACT: Since the arrival of pocket calculators in the 70's of the 20th century, most people, including engineers, have almost totally lost the skill of approximate calculation by hand. In practice one often finds himself in a situation where a calculator isn't handy, and an approximate result would be sufficient. With a little practice it's possible to estimate the approximate result faster than the correspondent can find his calculator, the right software or remember what input data is needed and how to enter it. In this submission, I'll try to present a method of hand calculation, based on logarithms, hidden behind the mask of decibels.

Pri radijski zvezi gre za prenos informacije - ta pa je nujno povezan s prenosom energije. V odvisnosti od tega, kako hitro želimo prenašati informacijo, mora torej iz oddajnika v sprejemnik teči določena moč. Domet zveze je torej določen s tremi podatki:

1. koliko moči lahko da oddajnik
2. koliko moči rabi sprejemnik na vhodu, da daje na izhodu razumljiv signal
3. koliko moči se izgubi na poti od oddajnika do sprejemnika.

Podatek o moči oddajnika je ponavadi znan, izračunati moramo potreben nivo na vhodu sprejemnika in izgube na poti.

Decibeli in logaritmi

V elektrotehniki decibele ponavadi uporabljamo pri podajanju razmerja dveh moči:

$$10 \log \frac{P_1}{P_2}$$

Logaritem je desetiški, referenčna moč pa je največkrat 1miliwatt (en komar), to je 0dBm.

Če se zadovoljimo s točnostjo računanja $\pm 20\%$ (1dB), sploh ne potrebujemo kalkulatorja za računanje logaritmov, ampak je dovolj, da si zapomnimo naslednjo tabelico razmerij:

0 dB	=	obe moči sta enaki
1 dB	=	četrtno več (26%)
2 dB	=	polovico več (58%)
3 dB	=	2 X več (približno)
5 dB	=	3 X več (približno)
7 dB	=	5 X več (približno)
10 dB	=	10 X več (točno)
20 dB	=	100 X več (točno)
30 dB	=	1000 X več (točno)
i.t.d.		

Decibele za ostala razmerja si lahko potem enostavno izračunamo na pamet, če se spomnimo, da po logaritmiranju množenje postane seštevanje, na primer:

$$\begin{aligned} 12 \text{ X več} &= 10 \text{ X več pa se } 20\% \text{ več} = 10\text{dB} + 1\text{dB} = 11\text{dB} \\ 50 \text{ X več} &= 5 \text{ X } 10 \text{ X več} = 7\text{dB} + 10\text{dB} = 17\text{dB} \\ 200 \text{ X več} &= 2 \text{ X } 100 \text{ X več} = 3\text{dB} + 20\text{dB} = 23\text{dB} \\ 100000 \text{ X več} &= 10 \text{ X } 100 \text{ X } 100 \text{ X več} = 10\text{dB} + 20\text{dB} + 20\text{dB} = 50\text{dB} \\ 1000000 \text{ X več} &= 1000 \text{ X } 1000 \text{ X več} = 30\text{dB} + 30\text{dB} = 60\text{dB} \end{aligned}$$

ali obratno:

$$\begin{aligned} 4\text{dB} &= 2\text{dB}+1\text{dB} = \text{dvainpolkrat več} \\ 6\text{dB} &= 3\text{dB}+3\text{dB} = \text{stirikrat več} \\ 8\text{dB} &= 6\text{dB}+2\text{dB} = \text{sestkrat več} \\ 9\text{dB} &= 3\text{dB}+3\text{dB}+3\text{dB} = \text{osemkrat več} \\ 28 \text{ dB} &= 20 + 7 + 1 \text{ dB} = 100 \text{ X } 5 \text{ pa še } 25\% = 600 \text{ X več.} \end{aligned}$$

Negativni decibeli enostavno pomenijo tolikokrat MANJ, na primer:

$$\begin{aligned} -2\text{dB} &= 50\% \text{ manj (približno)} \\ -5\text{dB} &= 3 \text{ X manj (približno)} \\ -10\text{dB} &= 10 \text{ X manj (točno)} \\ -23\text{dB} &= 200 \text{ X manj (približno)} \end{aligned}$$

Moči v dBm

Ena od prednosti izražanja moči v dBm je, da lahko preprosto izrazimo izredno veliko področje moči.

Šum v enem kanalu SETI sprejemnika: -180 dBm (tisočinka milijardinke milijardinke W)

Signal na vhodu SAT-TV sprejemnika: -95 dBm (tridesettisočinka milijardinke W)

Signal na vhodu navadnega TV sprejemnika: -43dBm (dvajsetmiljoninka W)

Moč komarja pri letenju: 0dBm (en miliwatt)

En konj: 59dBm (750W)

Motor od 'stoenke': 76dBm (40kW)

JE Krško: 118dBm (600MW)

Moč Sonca: 297dBm (petsto milijard milijard milijard W)

Drugi načini izražanja moči v dB

Poleg reference en miliwatt večkrat srečamo tudi decibele glede na en watt in en femtowatt (1E-15 W). Ni težko izračunati, da je 0dBW = 30dBm in 0dBf = -120dBm. En konj je tako 29dBw oz. 159dBf. Včasih podajajo nivoje signalov tudi v enotah napetosti, n. pr. v mikrovoltih. Ker je s stališča komunikacije pomembna moč, mora biti ob takem podatku obvezno navedeno, na katero impedanco se nanaša. Za računanje je najbolje, če si tak podatek takoj preračunamo v moč:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Na primer en mikrovolt na 50 ohmih je 2E-14 W ali -107 dBm. Ljudje, ki se ukvarjajo s kabelsko televizijo in TV antenami, pa pogosto uporabljajo dBuV, kar pomeni decibele glede na moč enega mikrovolta na 75 (!) ohmih. 0 dBuV/75Ω = -108.5 dBm.

Šum

Viri šumov so razni, njihovo jakost pa ponavadi izrazimo kot temperaturo termičnega vira, ki bi dajal enako gostoto šuma [W/Hz]. Gostota moči termičnega vira je

$$N = k_b T \quad [\text{W/Hz}]$$

kjer je k_b Boltzmanova konstanta, T pa absolutna temperatura v stopinjah Kelvina. Pri 290K je to 4×10^{-21} W/Hz oz. -174dBm/Hz. Če absolutno temperaturo izrazimo v decibelih glede na en kelvin, je to

$$N \approx -198 + T_{dBK} \quad [\text{dBm/Hz}]$$

Če predpostavimo, da je temperatura šuma antene približno 290K, ali pa pri velikih šumnih številih, lahko gostoto šuma na vhodu sprejemnika izrazimo tudi s pomočjo šumnega števila:

$$N = -174 + NF_{dB} \quad [\text{dBm/Hz}]$$

ker je definicija šumnega števila malo nerodna, je ponavadi bolje računati s šumnimi temperaturami.

Da iz gostote šuma dobimo moč šuma, jo moramo pomnožiti s širino pasu. Če širino frekvenčnega pasu izrazimo v decibelih glede na en Hertz, jo preprosto prištejemo gostoti:

$$P_s = N + B_{dBHz} \quad [\text{dBm}]$$

Primer 1:

SETI sprejemnik, širina kanala 1Hz (0dBHz), sistemska temperatura 80K (19dBk):

$$P_s = -198 + 0 + 19 = -179 \text{ dBm}$$

Primer 2:

VHF TV sprejemnik, širina kanala 5MHz (67dBHz), šumna temperatura antene 290K, šumno število 8dB:

$$P_s = -174 + 8 + 67 = -99 \text{ dBm}$$

Razmerje signal/šum

Najmanjše razmerje signal/šum, ki ga potrebujemo, da zveza pravilno deluje, je odvisno od vrste prenašanega signala in uporabljene modulacije.

Nekaj primerov:

- detekcija signala: (radar, radioastronomija) -30...+10dB
- SSB govorna zveza (prag razumljivosti) +10dB
- AM TV, prag stabilnosti sinhronizacije +15..20dB
- AM TV, studijska kvaliteta +50dB
- FM, prag demodulacije +6..10dB
- BPSK +11dB za BER = 10^{-6} tipično

Zahtevana moč signala na vhodu sprejemnika

Da dosežemo predpisano razpoložljivost zveze, moramo glede na pričakovani presih dodati še določeno rezervo moči, tipično od 10 do 30dB.

$$P_s = P_{\check{s}} + S/\check{S}_{\min} + \text{rezerva}$$

Primer 3:

VHF SSB govorna zveza, $T_a=290K$, $NF=3dB$, $BW=2.5kHz$ (34dBHz), rezerva 10dB

$$P_s = -174 + 3 + 34 + 10 = -127dBm$$

Primer 4:

VHF AM TV ($P_{\check{s}}$ glej primer 2), polna kvaliteta, 15dB rezerve:

$$P_s = -99 + 50 + 10 = -39dBm$$

Slabljenje poti

Uporabimo Friisovo formulo za radijsko zvezo:

$$P_s = P_o \frac{G_o G_s \lambda^2}{16\pi^2 r^2}$$

Kjer sta P_o in P_s oddajana in sprejemana moč, G_o in G_s dobitka oddajne in sprejemne antene, λ valovna dolžina ter r dolžina zveze. Če razdaljo r izrazimo kot decibele glede na valovno dolžino, lahko slabljenje poti napišemo kot

$$L = G_o + G_s - 22 - 2r_{dB\lambda}$$

tistih 22dB lahko interpretiramo kot slabljenje med dvema izotropnima antenama na razdalji ene valovne dolžine.

Primer 5:

Valovna dolžina 2m, dva dipola na razdalji 100km. Dobitek dipola je približno 2dB. Razdalja je 50000 valovnih dolžin ali 47 dB λ :

$$L = 2 + 2 - 22 - 2 \times 47 = -112 \text{ dB}$$

Za lažji izračun razdalje v dB λ lahko razdaljo in valovno dolžino najprej pretvorimo v decibel-metre in s tem ulomek spremenimo v razliko. V zgornjem primeru znaša valovna dolžina 3dBmetre, razdalja pa 50dBmetrov. Razdalja v dB λ je tako $50 - 3 = 47$ dB λ .

Valovno dolžino v dBmetrih lahko dobimo direktno iz frekvence v dBHz:

$$\lambda_{dBm} = 85 - f_{dBHz}$$

Številka 85 predstavlja svetlobno hitrost v decibelih glede na en meter na sekundo.

Primer 6:

Koliko je 80km na 10GHz v dB λ ?

$$80\text{km} = 8 \times 10 \times 1000\text{m} = 9 + 10 + 30 = 49\text{dBmetrov}$$

$$10\text{GHz} = 100\text{dBHz}, \text{ valovna dolžina je } 85 - 100 = -15\text{dBmetrov}$$

$$\text{torej je razdalja v dB}\lambda \text{ enaka } 49 - (-15) = 64 \text{ dB}\lambda$$

Dobitek zrcalne antene

Na višjih frekvencah so zrcalne antene zelo popularne, zato je smiselno poiskati še enostaven način za računanje njihovega dobitka. Dobitek antene je enak

$$G = \frac{4\pi A_{ef}}{\lambda^2}$$

Za okroglo zrcalo lahko pišemo

$$A_{ef} = \eta \frac{\pi d^2}{4}$$

Izkoristek je pri dobrem zrcalu okrog 0.63 ali -2dB , tako je dobitek, če premer d izrazimo v $\text{dB}\lambda$ enak

$$G = 8 + 2d_{\text{dB}\lambda}$$

Spodnja meja velikosti zrcala je okrog pet valovnih dolžin ali $7 \text{ dB}\lambda$.

Primer 7:

Koliko znaša dobitek 60cm zrcala na 24GHz?

Frekvenca je 104dBHz, valovna dolžina $85 - 104 = -19\text{dBmetrov}$

Premer je $6 \times 1/10$ ali $8 - 10 = -2\text{dBmetra}$, torej $-2 - (-19) = 17\text{dB}\lambda$

Dobitek je torej $8 + 2 \times 17 = 42\text{dBi}$

Primer 8:

Kolikšen je dobitek zrcala v Arecibu ($d=300\text{m}$) na 1400MHz?

Frekvenca je 92dBHz, valovna dolžina $85 - 92 = -7\text{dBmetrov}$

Premer je 3×100 ali $5 + 20 = 25\text{dBmetrov}$, torej $25 - (-7) = 32\text{dB}\lambda$

Dobitek je torej $8 + 2 \times 32 = 72\text{dBi}$

Nekaj primerov 1.

Primer 9:

Koliko rezerve imamo pri zvezi z ročnimi postajami na razdalji 100km v praznem prostoru? Slabljenje poti znaša n. pr. 112dB (primer 5). Predpostavimo izhodno moč 1W, šumno število 3dB, šumno temperaturo antene 290K in pasovno širino 25KHz (FM govor).

1W je 30dBm, torej je moč signala na vhodu sprejemnika $30 - 112 = -82$ dBm.
25kHz je 44dBHz, torej je moč šuma na vhodu sprejemnika $-174 + 3 + 44 = -127$ dBm

Razmerje signal/šum je torej 45dB, ali 35dB nad pragom.

Primer 10:

Na kakšno razdaljo bi lahko Zemljani komunicirali s sebi enakimi? Največja antena, ki jo premoremo, je 300m krožnik v Arecibu, kjer imajo tudi približno 1MW oddajnik za sondiranje ionosfere. Recimo, da je sistemska šumna temperatura (antena + sprejemnik) 50K, za pasovno širino pa vzemimo 1Hz, kar bi omogočilo prenos nekaj strani teksta na dan. Predpostavimo da delamo na frekvenci 1400MHz in da na drugi strani razpolagajo z enakovredno opremo.

Moč oddajnika je 90dBm.

Šumna temperatura je 13 dBK, širina 0dBHz. Moč šuma je $-198 + 17 + 0 = -181$ dBm
Za slabljenje na poti imamo pri zahtevanem razmerju signal/šum 10 dB na voljo 261dB.
Dobitek anten je 72dB (primer 8)

Torej $72 + 72 - 22 - 2R_{dB\lambda} = -261$ oziroma $R_{dB\lambda} = 0.5(261 - 22 + 72 + 72) = 192$ dB λ

Valovna dolžina je -7 dBmetrov, torej je razdalja $192 + (-7) = 185$ dBmetrova ali $\sim 10^{19}$ m.

To je zelo velika številka, zato jo izrazimo v svetlobnih letih. Svetlobna hitrost je $3 \cdot 10^8$ m/s ali 85dBm/s, dan ima ~ 80000 ali 49dBsekund, leto pa ~ 400 ali 26dBdni, torej ima svetlobno leto $85 + 49 + 26 = 160$ dBmetrov, domet naše zveze pa je $192 - 160 = 32$ dBsvetlobnih let oz. 1500 svetlobnih let. Najbližja zvezda je oddaljena 4 svetlobna leta, v krogli s polmerom 1500 svetlobnih let okrog zemlje pa je že kak milijon zvezd. Rimska cesta ima premer okrog sto tisoč svetlobnih let in vsebuje kakih sto milijard zvezd. Naša današnja tehnologija torej omogoča medzvezdno komunikacijo, vendar pa bolj v okviru domače vasi.

Nekaj primerov 2.

Primer 11:

Izhodna moč Sonca.

Gostota moči sončnega sevanja nad zemeljsko atmosfero je približno 1300W/m^2 oz. 61dBm/m^2 . Ker Sonce sveti v vse smeri približno enako, moč dobimo tako, da gostoto pomnožimo s površino krogle polmera enakega razdalji Zemlja-Sonca. Ta znaša 150 milijonov km ali 112dBmetrov . Površina krogle je $4\pi r^2$. 4π je približno 12 ali 11dB, tako je površina v dBm^2 enaka $12 + 2r_{\text{dBmetrov}} = 236 \text{ dBm}^2$. Moč Sonca je torej $236 + 61 = 297\text{dBm}$.

Primer 12:

Medzvezdna zveza z laserjem.

Najmočnejši pulzni laser, ki ga Zemljani trenutno premoremo, zmore približno en PW (petawatt) ali 180dBm na valovni dolžini okrog en mikron. Recimo, da uporabimo največjo »anteno«, ki jo na Zemlji premoremo za te frekvence, to je 10m teleskop na Havajih.

Dobitek antene: valovna dolžina je -60dBmetrov , premer antene pa 10dBmetrov . Dobitek je $8 + 2 \times 70 = 148\text{dB}$.

Efektivna sevana moč je enaka zmnožku moči oddajnika in dobitka antene in je $180 + 148 = 328 \text{ dBm}$. S takšno kombinacijo torej v izredno ozkem snopu za manj kot milijardinko skunde preglasimo Sonce za 31dB, več kot tisočkrat, in to širokopasovno!